

*of the boundary value problems by the method of potentials.*

Keywords: multidimensional degenerating  $B$ -elliptic equation with a negative parameter, fundamental solution, Neumann boundary value problem, the method of potentials.

УДК 517.542

## НЕПРЕРЫВНЫЕ ДРОБИ И КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

П.Н. Иваньшин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> pivanshi@yandex.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет

*В работе приведен метод построения дробно-полиномиальных конформных отображений единичного круга на области с угловыми точками.*

**Ключевые слова:** конформное отображение, дробно-полиномиальная функция, сходимость.

В работе дан один вспомогательный метод построения приближенного конформного отображения единичного круга на односвязную область. Построенная здесь конструкция дополняет [1], [3]. Напомним, что в [1] авторы конструируют приближенное полиномиальное конформное отображение единичного круга  $D$  на некоторую односвязную область  $B$ . Метод построения приближенного конформного отображения кольца на двусвязную область см. в [2].

Главный результат заключается в том, что построенные при помощи непрерывных дробей (подобные, но не совпадающие с последовательностью дробно-полиномиальных функций [4], [5]) отображения приближают квадратный корень в комплексной правой полуплоскости.

Для приближения дробных степеней рассмотрим представление

$$z^{\frac{k}{N}} = z^{\frac{k-1}{N}} + \frac{z - z^{\frac{k-1}{N}}}{z^{\frac{N-k}{N}} + \dots + z^{\frac{2}{N}} + z^{\frac{1}{N}} + 1}$$

Например, для  $z^{1/3}$  получим для  $f_1(z) = 1 + \frac{z-1}{z+1}$

$$f_n(z) = 1 + \frac{z-1}{\frac{z}{f_{n-1}(z)} + f_{n-1}(z) + 1}$$

**Лемма.** Для  $f_n(z)$  и  $z$  с  $\operatorname{Re}[z] > 0$  выполнены следующие факты:

1.  $\operatorname{Re}[f_n(z)] > 0$
2.  $\operatorname{Im}[f_n(z)]$  имеет тот же знак, что и  $\operatorname{Im}[z]$ .
3. Отношение  $\frac{\operatorname{Im}[f_n(z)]}{\operatorname{Re}[f_n(z)]}$  имеет тот же знак, что и  $\frac{\operatorname{Im}[z]}{\operatorname{Re}[z]}$ , но  $\left| \frac{\operatorname{Im}[f_n(z)]}{\operatorname{Re}[f_n(z)]} \right| < \left| \frac{\operatorname{Im}[z]}{\operatorname{Re}[z]} \right|$ .

**Теорема.** В правой комплексной полуплоскости нет точек, в которых производная  $f_n(z)$  равна нулю.

**Утверждение.** Функции  $f_n(z)$  сходятся к  $z^{k/N}$  для  $\operatorname{Re}[z] > 0$ ,  $|z| < 1$ .

## Литература

1. Shirokova E.A., Ivanshin P. N. *Approximate Conformal Mappings and Elasticity Theory* // Journal of Complex Analysis. – 2016. – V. 2016. – P. 1–8.

2. Abzalilov D. F., Shirokova E.A. *The approximate conformal mapping onto simply and doubly connected domains* // Complex Variables and Elliptic Equations. – 2017. – V. 62. – № 4. – P. 554–565
3. Абзалилов Д.Ф., Широкова Е.А. *Метод приближенного конформного отображения канонических областей на односвязные и двусвязные области* // Матер. межд. конф. по алгебре, анализу и геометрии. – Казань: Казан. ун-т; изд-во АН РТ, 2016. – С. 77–78.
4. Aptekarev A. I., Yattselev M. L. *Approximations of algebraic functions by rational ones – functional analogues of diophantine approximants* // Preprint of Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, 2016. – P. 1–23.
5. Aptekarev A. I., Yattselev M. L. *Pade approximants for functions with branch points – strong asymptotics of Nuttall–Stahl polynomials* // Acta Math. – 2015. – V. 215. – P. 217–280.

## CONTINUOUS FRACTIONS AND CONFORMAL MAPPINGS

P.N. Ivanshin

*We construct a method of fractional polynomial conformal mapping of the unit disc onto a domain with acute internal angles.*

Keywords: conformal mapping, fractional polynomial, convergence.

УДК 514.774

### КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, ОСНОВАННОЙ НА ФАНТОМНОМ СКАЛЯРНОМ ПОЛЕ С САМОДЕЙСТВИЕМ

Ю.Г. Игнатьев<sup>1</sup>, А.А. Агафонов<sup>2</sup><sup>1</sup> ignatev-yurii@mail.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет<sup>2</sup> a.a.agathonov@gmail.com; Казанский (Приволжский) федеральный университет

*На основе качественного анализа космологических моделей с фантомными скалярными полями с самодействием выявлены и уточнены их отличительные особенности.*

**Ключевые слова:** фантомное скалярное поле, качественный анализ.

Функция Лагранжа фантомного скалярного поля с массой  $m$  и самодействием имеет вид:

$$L = -\frac{1}{8\pi} \left( g^{ik} \Phi_{,i} \Phi_{,k} + m^2 \Phi^2 + \frac{\alpha}{2} \Phi^4 \right),$$

где  $\alpha$  – константа самодействия.

Выпишем самосогласованные уравнения пространственно-плоской космологической модели

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

– уравнение Эйнштейна

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\dot{\Phi}^2 + m^2\Phi^2 + \frac{\alpha}{2}\Phi^4 + \Lambda \quad (1)$$

и уравнение массивного фантомного скалярного поля с кубической нелинейностью:

$$\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} - m_*^2\Phi = 0. \quad (2)$$